

УДК 622.539.375:678

Дырда В.И., д-р техн. наук, профессор
(ИГТМ НАН Украины),
Черний А.А., магистр,
Толстенко А.В., канд. техн. наук
(ДГАЭУ)

**ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛАСТОМЕРНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ ТЯЖЁЛЫХ ВИБРОМАШИН ПРИ ДЛИТЕЛЬНЫХ
ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ***

Дирда В.І., д-р техн. наук, професор
(ІГТМ НАН України),
Черній О.А., магістр,
Толстенко О.В., канд. техн. наук
(ДДАЕУ)

**ТЕРМОМЕХАНІЧНА СТІЙКІСТЬ ЕЛАСТОМЕРНИХ
ЕЛЕМЕНТІВ ВАЖКИХ ВІБРОМАШИН ПРИ ТРИВАЛИХ
ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

Dyrda V.I., D. Sc. (Tech.), Professor
(IGTM NAS of Ukraine),
Cherniy A.A., M.S. (Tech.),
Tolstenko A.V., Ph. D. (Tech.)
(DSAEU)

**THERMOMECHANICAL STABILITY OF ELASTOMER
ELEMENTS OF HEAVY VIBROMACHINES UNDER LONG-TERM
CYCLIC LOADING**

Аннотация. Рассматриваются тяжёлые вибрационные машины с эластомерной упругой подвеской. Такие машины – виброгрохоты, вибропитатели, горизонтальные двухмассные виброконвейеры, вибросита, вибросмесители и т.д. – зачастую работают в экстремальных условиях, т.е. при стационарных циклических нагрузках и активном влиянии внешней среды. Эластомерные элементы, введенные в структурные схемы машин, способствуют снижению вибронагруженности, звукового давления, повышению долговечности, надёжности и безопасности. В последнее время достижения в области вибротехники в самых различных областях машиностроения в той или иной степени связаны с использованием эластомерных элементов. Рассматривается случай, когда вследствие диссипативного разогрева эластомерного элемента при деформациях чистого сдвига температура внутри массива достигает некоторого критического значения, что приводит к его отказу. Рассматривается задача о теплообразовании в эластомерных элементах при стационарном циклическом нагружении. Получены математические зависимости, обеспечивающие анализ температурного режима резиновых элементов в случае, когда коэффициент поглощения энергии материала зависит от температуры нагрева и времени нагружения. Демпфирующие свойства резины описываются интегральными соотношениями типа Вольтерра и дробно-экспоненциальными ядрами. Представлены математические зависимости для определения установившейся температуры нагрева исследуемых деталей в зависимости от частоты нагружения. Результаты расчёта сравниваются с экспериментальными данными. В качестве приложения исследуется температурная устойчивость кусочно-линейной упруго-наследственной связи одномерного осциллятора с учётом нелинейного термомеханического эффекта.

* © Дырда В.И., Черний А.А., Толстенко А.В., 2017

Ключевые слова: эластомерные элементы, температурная устойчивость, диссипативный разогрев, нелинейная система, интегральные соотношения Вольтерра

Введение. Эластомеры принадлежат к упруго-наследственным средам и по своему химическому составу и упругим свойствам резко отличаются от других конструкционных материалов прежде всего высокими диссипативными характеристиками и большими деформациями.

Именно эластомерные элементы, введенные в структурные схемы машин, способствуют снижению вибронагруженности, звукового давления, повышению долговечности, надёжности и безопасности. Все достижения в области машиностроения, вибрационной техники и т.д. в той или иной степени связаны с применением эластомеров как конструкционных материалов.

Эластомеры занимают совершенно особое место среди материалов, предназначенных для изготовления ответственных элементов машин, работающих в экстремальных условиях. Большинство высокоэффективных машин обязаны своим созданием именно эластомерным конструкционным элементам.

Целью настоящей работы является получение математических зависимостей, обеспечивающих анализ температурного режима эластомерных элементов при их стационарном циклическом нагружении, если коэффициент поглощения энергии материала зависит от температуры и времени нагружения [1-5].

Рассмотрим теплообразование в эластомерном элементе при деформации чистого сдвига с постоянной амплитудой γ_0

$$\gamma = \gamma_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Тогда уравнение теплового баланса можно представить в виде

$$c_v \frac{dz}{dt} = N - hz, \quad (2)$$

где $z = T - T_0$, T_0 – температура окружающей среды; h – коэффициент внешней теплопроводности, Вт/град; N – мощность, расходуемая в элементе на внутреннее сопротивление, Вт; c_v – теплоёмкость образца, $c_v = C_v m$ (C_v – удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К), m – масса резины).

В случае чистого сдвига упруго-наследственного материала угловое перемещение γ связано с крутильным моментом M интегральным уравнением с ядром типа замкнутого цикла [2, 4, 5]

$$M(t) = C_0 \left[\gamma(t) - \int_{-\infty}^t k(t-\tau) \gamma(\tau) d\tau \right], \quad (3)$$

где C_0 – мгновенная жёсткость образца.

Из (1) и (3) следует

$$M(t) = C_0 \gamma_0 [(1-A) \sin \omega t + B \cos \omega t]. \quad (4)$$

Здесь
$$A = \int_0^\infty k(x) \cos \omega x dx; \quad B = \int_0^\infty k(x) \sin \omega x dx. \quad (5)$$

В настоящей работе предполагается, что реологические характеристики резины зависят от температуры, но их изменением за время одного цикла деформации можно пренебречь. При этом выполняется условие замкнутости цикла.

Согласно [2], условие замкнутости цикла эквивалентно условию $k(t, \tau) = k(t - \tau)$ в соотношениях типа (3). Условие квазизамкнутости гармонического цикла будет

$$\int_{-\infty}^t \gamma_0(\tau) k(t, \tau) \sin \omega \tau d\tau \cong \gamma_0(t) \int_{-\infty}^t k(t, t - \tau) \sin \omega \tau d\tau, \quad (6)$$

где $\gamma_0(t + t_1) \cong \gamma(t); \quad k(t + t_1, t - \tau) \cong k(t, t - \tau); \quad t_1 = 2\pi/\omega. \quad (7)$

Действительно, используя замену $\tau = z + t_1$ и условия (7), получим

$$\begin{aligned} \gamma_0(t + t_1) \int_{-\infty}^{t+t_1} k(t + t_1, t + t_1 - \tau) \sin \omega \tau d\tau = \\ = \gamma_0(t + t_1) \int_{-\infty}^t k(t + t_1, t - z) \sin \omega(z + t_1) dz = \gamma_0(t) \int_{-\infty}^t k(t, t - z) \sin \omega z dz. \end{aligned}$$

Доказательство обратной теоремы аналогично приведенному в [2]. Тогда средняя за цикл мощность, выделяемая в резиновом элементе, будет

$$N = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} M d\gamma = N_0 B \omega, \quad \text{где} \quad N_0 = \frac{1}{2} C_0 \gamma_0^2. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (2) и учитывая, что технический коэффициент поглощения, определяемый физическим соотношением типа (3), может быть представлен в виде

$$\psi = S/N_0 = 2\pi B, \quad (9)$$

где S – площадь петли гистерезиса (Дж), получим уравнение теплового баланса

$$\frac{dz}{dt} + \frac{h}{c_v} z = RS(\omega, \gamma_0, z), \quad \text{где} \quad R = \frac{\omega}{2\pi c_v}. \quad (10)$$

Зависимость S от температуры T определялась при частоте $\omega = 107$ рад/с и амплитуде нагружения $\gamma = 0,30$. Результаты получены посредством измерения площади петли гистерезиса при динамическом нагружении резинометаллического элемента в условиях чистого сдвига. Обнаружен рост площади петли S с увеличением температуры, который обусловлен тем, что измерения производились левее температурного пика внутреннего трения по шкале температур. Нелинейное уравнение (10) решалось при $c_v = 6,3 \cdot 10^2$ Дж/К, $h = 1,03$ Вт/К. Коэффициент внешней теплопроводности h найден из (10) при $t \rightarrow \infty$ для случая, когда при $0 < z < z(\infty)$ $S(T) \cong S(0)$, что выполняется при $288 \text{ К} < T < 310 \text{ К}$. При этом

$$h = \frac{\omega S}{2\pi z(\infty)}. \quad (11)$$

Следует отметить, что температура, измеренная в различных точках эластомерного элемента, отличалась от среднего значения не более чем на $2-3^\circ\text{С}$.

На рис. 1 показаны зависимости $T(t)$, найденные при $\omega = 107$ рад/с и $\gamma = 0,24$, $S = S(T)$ (кривая 1) и $S = S(0)$ (кривая 2) при решении уравнения (10) с помощью компьютера.

Для описания демпфирующих характеристик резины целесообразно использовать принцип температурно-частотной аналогии с привлечением дробно-экспоненциальных ядер релаксации и последствия.

При этом, согласно [4],

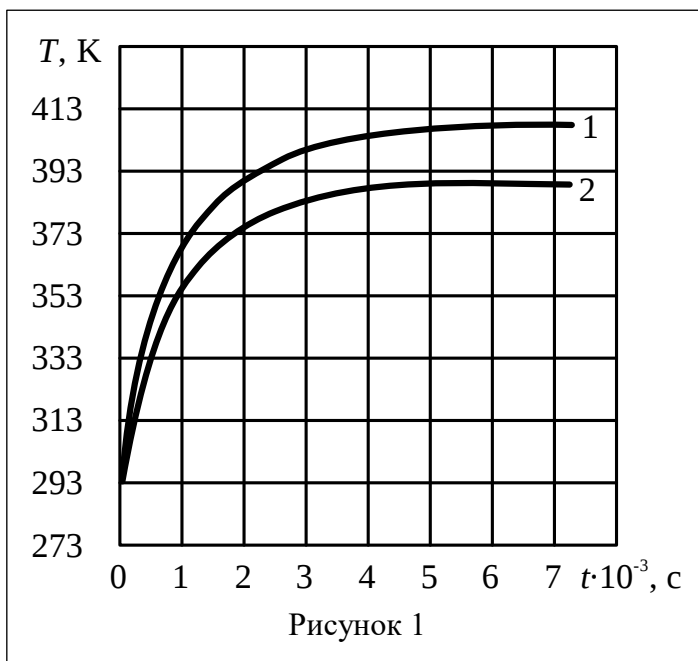


Рисунок 1

$$A = \Delta^{-1} \chi (\omega^r \cos \delta + \beta); \quad B = \Delta^{-1} \chi \omega^r \sin \delta, \quad (12)$$

$$\Delta = \omega^{2r} + 2\omega^r \beta \cos \delta + \beta^2; \quad \delta = 0,5\pi r; \quad 0 < r < 1;$$

где

$$\beta = t_0^{-r}; \quad \chi = \lambda \beta; \quad \lambda = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0}; \quad r = 1 - \alpha;$$

t_0 — обобщённое время релаксации материала; α — показатель дробности экспоненты дробного порядка.

Мгновенный модуль G_0 находится как $\lim_{t \rightarrow \infty} G(\omega)$, а установившийся модуль $G(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} G(t)$ вычисляется по результатам квазистатических испытаний резинометаллических образцов на ползучесть. Время релаксации t_0 и параметр дробности α определяются по формулам

$$t_0 = \omega_0^{-1/r}; \quad (13)$$

$$\alpha = 1 - \frac{4}{\pi} \arctg \frac{\psi_{\max}}{\pi \lambda}, \quad (14)$$

которые получены из (9) и (12).

В выражениях (13) и (14) $\psi_{\max} = \psi(\omega_0)$ — максимальное значение коэффициента диссипации энергии в материале испытываемых деталей при циклическом деформировании. Параметры t_0 и α могут быть определены также при непосредственной обработке зависимостей $G(\omega)$ и $\psi(\omega)$ [5].

Формулы (7) и (12) позволяют также определить зависимость установившейся (при $t \rightarrow \infty$) температуры нагрева резиновых элементов от частоты деформации. При условии независимости реологических параметров резины от температуры выражение для $z(\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(\omega, t)$ имеет вид

$$z(\omega) = \frac{C_0 \gamma_0^2 \beta \lambda \omega^{r+1} \sin \delta}{2h(\omega^{2r} + 2\omega^r \beta \cos \delta + \beta^2)}. \quad (15)$$

При экспериментальной проверке формулы (15) обнаружено достаточно хорошее соответствие экспериментальных и теоретических данных, что свидетельствует о приемлемости изложенного метода для определения теплообразования в резиновых изделиях при многократных деформациях сдвига.

В качестве приложения рассмотрим температурный режим упругих связей одномассовой нелинейной вибрационной машины с инерционным приводом. Рассматриваемая колебательная система имеет кусочно-линейную характеристику восстанавливающей силы упругих связей за счёт постановки дополнительных резиновых буферов с некоторым зазором e [3].

Уравнение движения рассматриваемой системы в случае идеальной упругости связей будет иметь вид

$$m\ddot{x} + U_2(x) = H \sin \omega t, \quad (16)$$

где $H = m_1 r \omega^2$ – амплитуда возмущающей силы; x – текущее значение перемещения грузонесущего органа машины; $U_2(x)$ – функция восстанавливающей силы упругих связей:

$$U_2(x) = \begin{cases} C'_0 x & \text{при } -e \leq x \leq e; \\ C''_0 x + (C'_0 - C''_0)e & \text{при } e \leq x \leq \infty; \\ C''_0 x - (C'_0 - C''_0)e & \text{при } -\infty \leq x \leq -e, \end{cases}$$

m – масса грузонесущего органа машины; C'_0 и C''_0 – приведенная динамическая жёсткость основных упругих связей и буферов соответственно; m_1 – масса неуравновешенных грузов вибратора, отнесенных на расстояние r от оси.

Согласно принципу Вольтерра, для учёта упруго-наследственных свойств материала связей в уравнении (16) следует заменить мгновенные жёсткости операторами $C'_i = C'_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)]$, $C''_i = C''_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)]$.

Полученное при этом символично-дифференциальное уравнение для удобства дальнейших выкладок целесообразно преобразовать к виду

$$m\ddot{x} + C''_i x + (C'_i - C''_i) f(x) = H \sin \omega t, \quad (17)$$

где

$$f(x) = \begin{cases} -e & \text{при } -\infty < x < -e; \\ x & \text{при } -e < x < e; \\ e & \text{при } e < x < \infty. \end{cases}$$

В первом приближении решение уравнения (17) имеет вид

$$x = a \sin(\omega t - \theta).$$

Амплитуда a вынужденных колебаний грузонесущего органа определяется при этом из трансцендентного характеристического уравнения

$$ma\omega^2 \pm \sqrt{H^2 - \chi^2 B^2 F^2} = F(1 - \chi A), \quad (18)$$

где
$$F = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} U_2(a \sin \eta_1) \sin \eta_1 d\eta_1 = \frac{a}{\pi} [\pi C_0'' + (C_0' - C_0'')(2\eta_0 + \sin 2\eta_0)]; \quad (19)$$

$\eta_1 = \omega t; \quad \eta_0 = \arcsin(e/a).$

В уравнениях (18) и (19) величины жесткостей упругих связей C_0' и C_0'' , а также реологические параметры A и B зависят от температуры нагрева резины. Зависимости коэффициента поглощения энергии ψ и величины $G(\omega)/G_0$ от частоты деформации, найденные экспериментально для упругих связей из резины на основе НК при различных температурах нагрева, показаны на рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой колебательной системы, полученные при решении уравнения (18) для различных температур нагрева упругих связей, представлены на рис. 3.

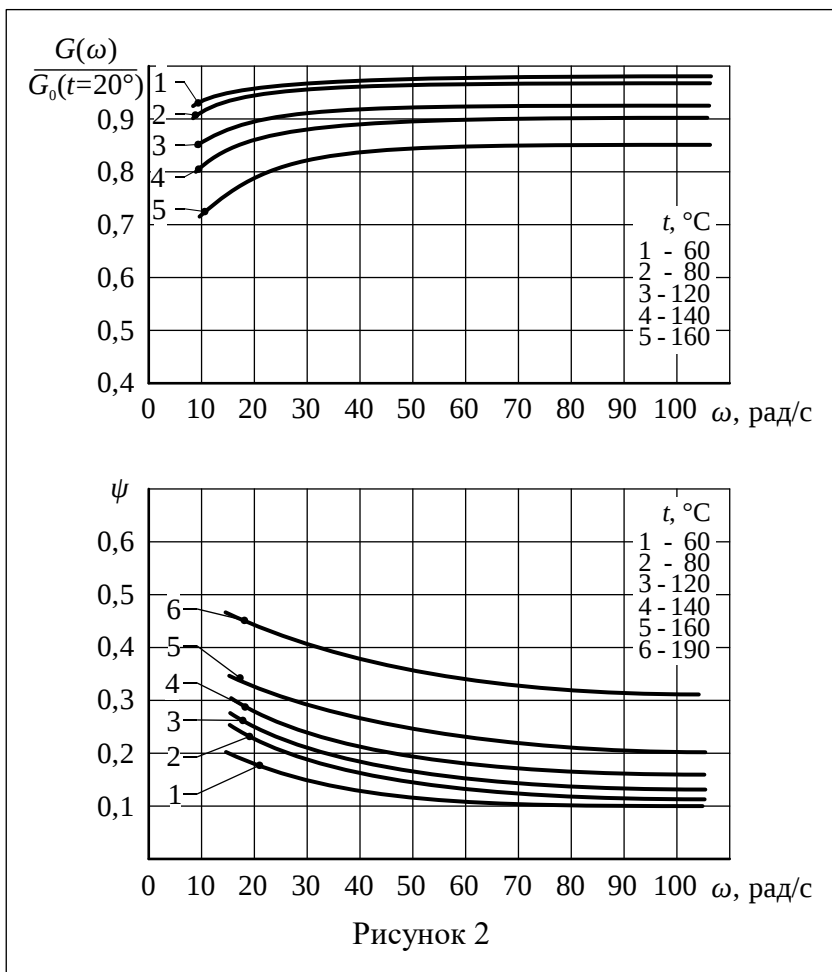


Рисунок 2

При этом параметры колебательной системы имели следующие значения: $m = 2000$ кг, $C_0' = 1$ МН/м, $C_0'' = 15$ МН/м, $e = 0,005$ м, $H = m_1 r \omega^2 = 0,9$ кгм/с².

Как видно из графика (рис. 3), с повышением температуры нагрева упругих связей амплитудно-частотная характеристика колебательной системы существенно смещается влево. Это должно учитываться при проектировании вибрационных машин с интенсивным режимом работы упругих связей.

При выполнении условия (6) уравнение теплового баланса упругих связей колебательной системы можно представить в виде

$$\frac{dz}{dt} + \frac{h}{c_v} z = \frac{F[a(z, \omega), C_0'(z) C_0''(z)] a(z, \omega) B(z) \omega}{2c_v} = \varphi(z). \quad (20)$$

Нелинейное уравнение (20) решено на моделирующей установке ЭМУ-10 при $C_v = 6,3 \cdot 10^2$ Дж/К и коэффициентах внешней теплопроводности от 8 до 20 Вт/К. Правая часть уравнения (20) вычислялась как функция температуры T при различных значениях частоты ω .

Полученные при $\omega = 58 \text{ с}^{-1}$ зависимости температуры нагрева упругих связей от времени нагружения для различных значений коэффициента внешней теплопроводности h показаны на рис. 4. Из графиков явствует, что вид кривых существенно зависит от коэффициента h . Для приведенных выше данных критическое значение этого коэффициента $h_k = 9,75$. При $h < h_k$ стационарный режим работы машины не устанавливается.

Изложенное выше свидетельствует, что при проектировании вибрационных машин с упруго-наследственными связями режим работы их следует выбирать с учётом теплообразования в резиновых элементах. При этом важную роль играет конструкция узла нагружения и способ его охлаждения.

При неправильной конструкции узла нагружения, когда естественное охлаждение резиновых элементов недостаточно, и может возникнуть лавинообразное нарастание температуры за счёт внутреннего теплообразования. Резкое повышение температуры нагрева упругих связей приводит к изменению механических характеристик резины и в конечном итоге к изменению режима работы машины в целом.

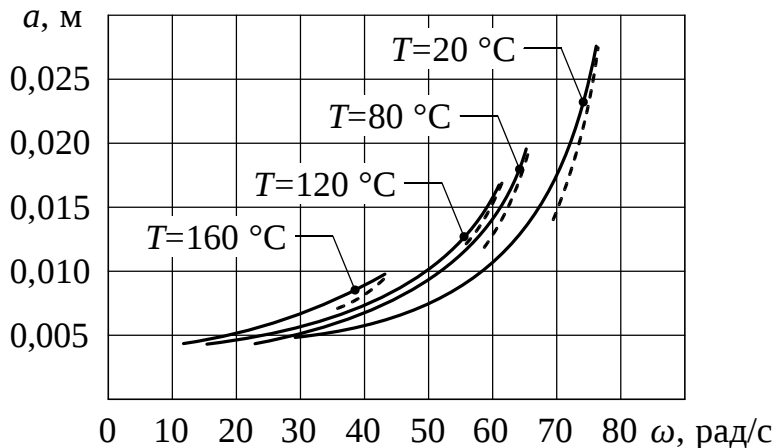


Рисунок 3

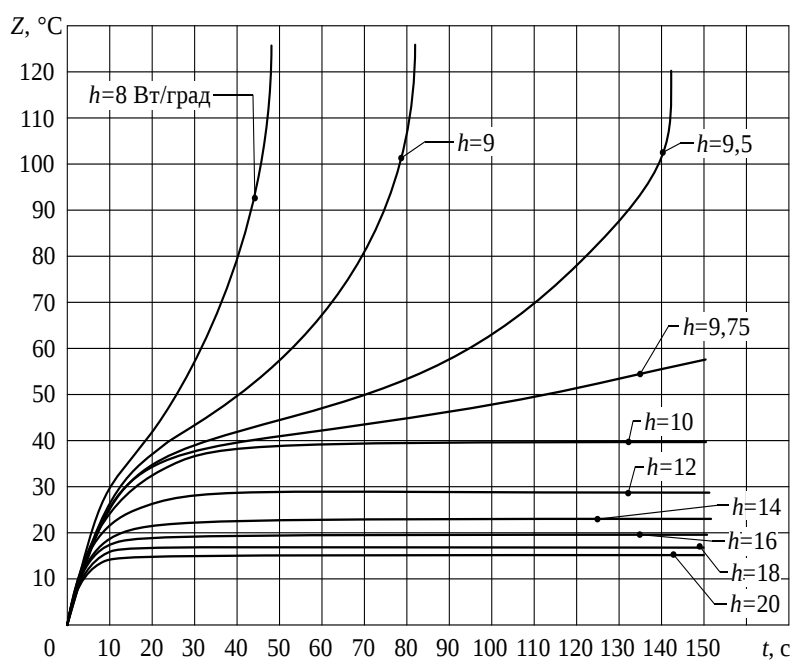


Рисунок 4

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О функции релаксации упруго-наследственных материалов при наличии простого течения / В.И. Дырда, И.И. Круш, М.И. Розовский // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1966. – № 6. – С. 155-157.
2. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. Динамика вибропитателей с нелинейной упругой характеристикой / В.И. Дырда, В.Н. Пухальский [и др.] // Вибрации в технике и технологиях. – 2016. – №3 (83). – С. 98-102.
4. Круш, И.И. Интегро-операторный метод исследования демпфирующих свойств упруго-наследственных систем / И.И. Круш // Изв. АН СССР. Механика. – 1965. – № 6.
5. Определение параметров дробно-экспоненциального ядра релаксации амортизационных резин

при сдвиге / В.Н. Потураев, И.И. Круш, В.И. Дырда // Механика полимеров. – 1968. – №5.

6. Деталі машин. Навчально-методичний комплекс дисципліни / А.С. Кобець, В.І. Дирда, С.П. Сокол, А.М. Пугач [та інш.]. Під ред. А.С. Кобеця, В.І. Дирди. – Дніпро: Журфонд, 2016. – 428 с.

REFERENCES

1. Dyrda, V.I., Krush, I.I. and Rozovski, M.I. (1966), "On the relaxation function of elastic-hereditary materials in the presence of a simple flow", *Inzhenernyy zhurnal. Mekhanika tverdogo tela*, no. 6, pp. 155-157.

2. Rabotnov, Yu.N. (1966), *Polzuchest elementov konstruktiv [Creep of structural elements]*, Nauka, Moscow, USSR.

3. Dyrda, V.I., Pukhalskiy, V.N. (et al.) (2016), "Dynamics of vibration feeders with a nonlinear elastic characteristic", *Vibratsii v tekhnike i tekhnologiyakh*, no. 3(83), pp. 98-102.

4. Krush, I.I. (1965), "Integro-operator method for studying the damping properties of elastic-hereditary systems", *Izv. AN SSSR. Mekhanika*, no. 6.

5. Poturayev, V.N., Krush, I.I. and Dyrda, V.I. (1968), "Determination of the parameters of the fractional-exponential kernel of relaxation of shock-absorbing rubbers under shear", *Mekhanika polimerov*, no. 5.

6. Kobets, A.S., Dyrda, V.I., Sokol, S.P., Pugach, A.M., Tolstenko, O.V., Ovcharenko, Yu.M., Tishchenko, L.M., Ridnyi, R.V., Loveikin, V.S. and Borhalenko, Yu.O. (2016), *Detali mashin. Navchalno-metodichniy kompleks dysypliny [Machine parts. Educational and methodical complex of school]*, in Kobets, A.S. and Dyrda, V.I. (ed.), Zhurfond, Dnipro, Ukraine.

Об авторов

Дырда Виталий Илларионович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепр, Украина, vita.igtm@gmail.com

Черний Александр Анатольевич, магистр, старший преподаватель, Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет (ДГАЭУ), Днепр, Украина, sanek20.1984@gmail.com

Толстенко Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Надежность и ремонт машин», Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет, Днепр, Украина, info@dsau.dp.ua

About the authors

Dyrda Vitaly Illarionovich, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, vita.igtm@gmail.com

Cherniy Alexandr Anatolyevich, Master of Science, Senior Teacher, Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnipro, Ukraine, sanek20.1984@gmail.com

Tolstenko Alexandr Vasil'yevich, Candidate of Technical Science (Ph. D.), Associate Professor of Department «Reliability and repair of machinery», Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnipro, Ukraine, info@dsau.dp.ua

Анотація. Розглядаються важкі вібраційні машини з еластомерною пружною підвіскою. Такі машини – віброгрохоти, віброживильники, горизонтальні двомасні віброконвеєри, вібростата, віброзмичувачі і т.і. – найчастіше працюють в екстремальних умовах, тобто при стаціонарних циклічних навантаженнях і активному впливі зовнішнього середовища. Еластомерні елементи, введені в структурні схеми машин, сприяють зниженню вібронавантаженості, звукового тиску, підвищенню довговічності, надійності і безпеки. Останнім часом досягнення в області вібротехніки в самих різних областях машинобудування в тій чи іншій мірі пов'язані з використанням еластомерних елементів. Розглядається випадок, коли внаслідок дисипативного розігріву еластомерного елемента при деформаціях чистого зсуву температура всередині масиву досягає деякого критичного значення, що призводить до його відмови. Розглядається задача про теплоутворення в еластомерних елементах при стаціонарному циклічному навантаженні. Отримано математичні залежності, що забезпечують аналіз температурного режиму гумових елементів в разі, коли коефіцієнт поглинання енергії матеріалу залежить від температури нагріву і часу навантаження. Демпфуючі властивості гуми описуються інтегральними співвідношеннями типу Вольтерра і дрібно-експонентними ядрами. Представлені математичні залежності для визначення сталої температури нагріву досліджуваних деталей в залежності від частоти навантаження.

Результати розрахунку порівнюються з експериментальними даними. Як додаток досліджується температурна стійкість кусочно-лінійного пружно-спадкового зв'язку одновимірного осцилятора з урахуванням нелінійного термомеханічного ефекту.

Ключові слова: еластомерні елементи, температурна стійкість, дисипативний розігрів, нелінійна система, інтегральні співвідношення Вольтерра

Abstract. In the article, heavy vibration machines with an elastomeric elastic suspension are considered. Such machines - vibrating screens, vibrating feeders, horizontal two-mass vibrating conveyors, vibro-mixers, etc. – usually operate in extreme conditions, i.e. under stationary cyclic loads and active influence of the external environment. Elastomeric elements introduced into the structural schemes of machines, have reduced vibration loading and sound pressure and increased the machine durability, reliability and safety. Recently, the achievements in the field of vibration technology in the most diverse areas of engineering are to some extent related to the use of elastomeric elements. The case is considered when, due to the dissipative heating of the elastomeric element under deformations of the pure shear, temperature inside the massif reaches a certain critical value, hence, leading to its failure. Mathematical dependencies are formulated, basing on which it is possible to analyze temperature regime of the rubber elements when the energy absorption coefficient of a material depends on the heating temperature and loading duration. The rubber damping properties are described by integral relations of the Volterra type and fractional-exponential kernels. Mathematical dependences are set up for determining the steady-state heating temperature of the studied parts depending on the loading frequency. The calculation results are compared with the experimental data. In terms of application, temperature stability of a piecewise linear elastic-hereditary connection of a one-dimensional oscillator is studied with allowance for the nonlinear thermomechanical effect.

Keywords: elastomeric elements, temperature stability, dissipative heating, nonlinear system, Volterra integral relations

Стаття поступила в редакцію 06.06.2017

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук, проф. В.П. Надутым